

שם התלמיד:	_____
שם המורה למתמטיקה:	_____

יוני 2024

עבודה זו הינה סיכום ותרגול החומר שנלמד בכיתה יוד 4 יח"ל. פתרון השאלות בה הוא הכנה טובה לשנת הלימודים הבאה, שתהיה שנה עמוסה ולא קלה. עליכם להגיע לשנה זו מוכנים מאוד לעבודה מאומצת הדורשת השקעה, זמן ותרגול רב.

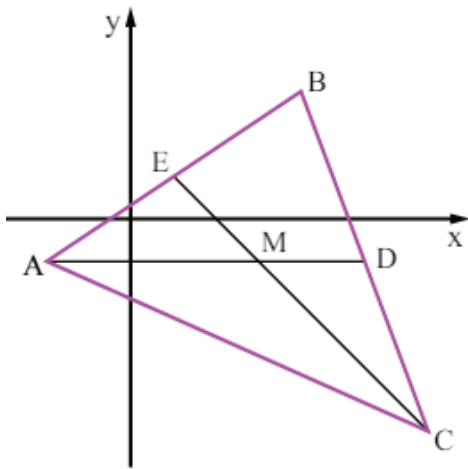
הנחיות להגשת עבודת הקיץ במתמטיקה לעולים לי"א' 4 יח"ל תשפ"ה

- בתחילת כל פתרון נא לכתוב את הנושא ואת מספר התרגיל.
- עדיף לפתור כל תרגיל בעמוד נפרד.
- הקפידו לפתור תרגילים משמאל לימין מלמעלה למטה באופן מסודר **ולהדגיש תשובות סופיות.**
- סדר התרגילים בהגשת העבודה יהיה לפי סדר הופעתם בעבודה.
- בשאלות הכוללות שרטוט - יש להעתיק את השרטוט.
- מותר להגיש עבודה כתובה בעפרון.
- הגישו את העבודה למורה בשיעור מתמטיקה הראשון בשנת הלימודים תשפ"ה בקלסר חצי שקוף בלבד (לא בניילונים, לא בקלסר רגיל, ולא כדפים תלושים ממחברת).
- עבודה שתוגש לא לפי הדרישות הנ"ל תוחזר לתלמיד ללא בדיקה וציונה יהיה אפס.
- בתחילת השנה יערך מבדק ברמת עבודת הקיץ.
- הערה: תלמיד המעוניין לשנות את שיבוץ רמת הלימוד שלו יכול לפתור ולהגיש את עבודת ברמה אליה מעוניין לעבור ולהיבחן בתחילת שנה בהתאם. ציון מעבר הוא מעל 65. רק לאחר תוצאות המבחן ניתן יהיה להחליט אם אכן התלמיד יועבר קבוצה. בכל מקרה יש להגיש רק עבודת קיץ אחת.

עבודה נעימה ובהצלחה !

גיאומטריה

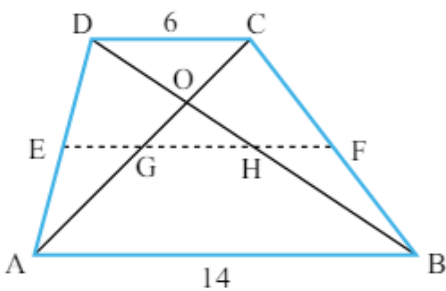
1. (עבודת קיץ בני גורן)



- קודקודיו של משולש הם $A(-2, -1)$, $B(4, 3)$, $C(7, -5)$.
- א. מצאו את משוואת התיכון AD לצלע BC ואת משוואת התיכון CE לצלע AB .
- ב. הנקודה M היא נקודת המפגש של התיכונים במשולש ABC . מצאו את שיעורי הנקודה M .
- ג. הוכיחו על ידי חישוב אורכי הקטעים EM ו- EC שמתקיים: $EM = \frac{1}{3} EC$.

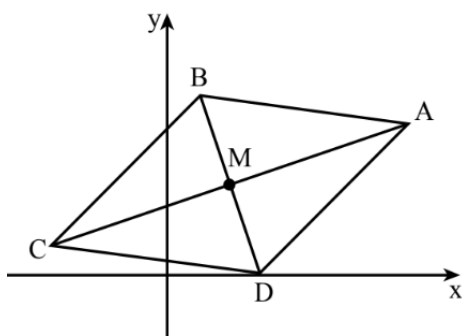
2. (עבודת קיץ בני גורן)

- EF הוא קטע האמצעים בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) שאלכסוניו נחתכים בנקודה O . הקטע EF חותך בהתאמה את האלכסונים AC ו- BD בנקודות G ו- H . נתון: $AB = 14$ ס"מ, $DC = 6$ ס"מ.



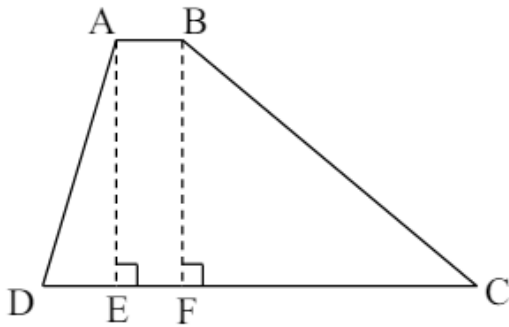
- א. חשבו את אורך הקטע GH על פי הסעיפים הבאים:
- (1) חשבו את אורך קטע האמצעים EF .
 - (2) הסבירו מדוע $EG = HF$.
 - (3) חשבו את אורך הקטע GH .
- ב. (1) הוכיחו: $\triangle DOC \sim \triangle HOG$.
- (2) חשבו את היחס בין שטח המשולש DOC לשטח המשולש HOG .

3. (עבודת קיץ יואל גבע)



- לפניכם מעוין $ABCD$. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M . נתון: $A(8; 5)$, $C(-4; 1)$.
- א. מצאו את משוואת האלכסון BD .
- ב. נתון שהנקודה D נמצאת על ציר ה- x . מצאו את שיעורי הנקודות D ו- B .
- ג. חשבו את זוויתו של המעוין.

4. (עבודת קיץ ארכימדס)



בטרפז ABCD מופיעים הגבהים AE ו-BF.

נתון: $BC = 10$ ס"מ, $\angle BCF = 40^\circ$.

א. חשבו את אורך הגובה BF.

ב. הסבירו מדוע המרובע ABFE הוא מלבן.

ג. נתון: $DE = 2$ ס"מ. חשבו את:

1. גודל הזווית $\angle DAE$.

2. אורך השוק AD.

ד. נתון: $AB = 2$ ס"מ. חשבו את שטח הטרפז.

5. (עבודת קיץ יואל גבע)

ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$). האלכסון AC

חותך את גובה הטרפז DE בנקודה M.

נתון: $DM = ME$.

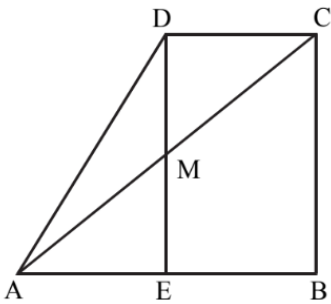
א. הוכיחו: $\triangle CDM \cong \triangle AEM$.

ב. הוכיחו: המרובע DCBE הוא מלבן.

ג. הוכיחו: $AE = BE$.

ד. נתון: $BE = 4$, $\angle BAC = 40^\circ$.

(1) חשבו את גובה הטרפז. (2) חשבו את אורך השוק AD.



6. (עבודת קיץ יואל גבע)

המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

BD הוא הגובה ליתר AC.

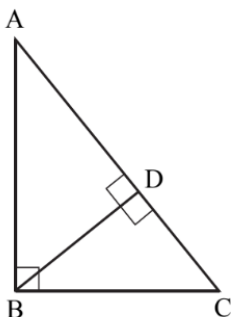
א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.

ב. הוכיחו: $AB^2 = AD \cdot AC$.

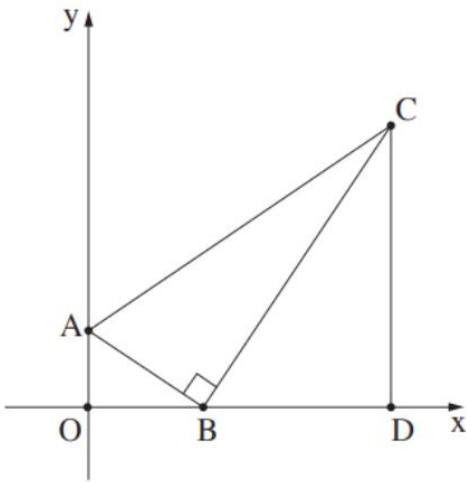
ג. נתון: $AD:DC = 16:9$.

חשבו את הזווית A.

הדרכה: סמנו $AD = 16x$.



7. (שאלון 471 בגרות חורף תשפ"ג)



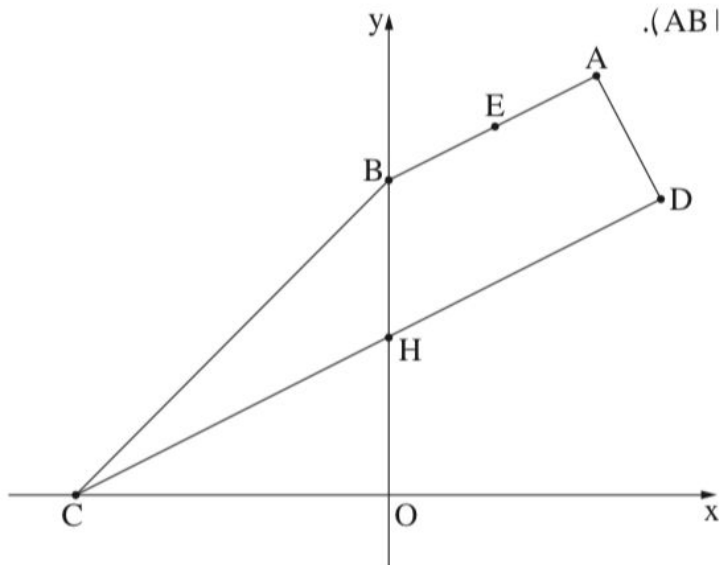
במשולש ישר זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$)
 הקודקוד B מונח על ציר ה- x והקודקוד A מונח על ציר ה- y .
 מן הקודקוד C העבירו אנך לצייר ה- x , החותך אותו בנקודה D (ראו סרטוט).
 הנקודה O היא ראשית הצירים.
א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle BDC$.

נתון: $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$,

משוואת הצלע AB היא $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

- ב.** (1) מצאו את אורכי הקטעים OB ו- CD .
 (2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C .
ג. (1) מצאו את גודל הזווית BAC .
 (2) מצאו את גודל הזווית ACD .

8. (שאלון 471 בגרות קיץ תשפ"ד)



בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית $ABCD$ ($AB \parallel DC$, $\angle D = 90^\circ$).
 הקודקוד B נמצא על ציר ה- y , והקודקוד C נמצא על
 החלק השלילי של ציר ה- x .

הבסיס CD חותך את ציר ה- y בנקודה H .

נתון: הנקודה $E(2, 7)$ נמצאת על הבסיס AB .

משוואת שוק הטרפז AD היא $y = -2x + 16$.

- א.** מצאו את שיעורי הקודקוד B .
 נתון כי אורך השוק BC של הטרפז הוא $\sqrt{72}$.
ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C .
ג. מצאו את גודל הזווית CBO (O היא ראשית הצירים).
ד. (1) מצאו את משוואת הישר CD .
 (2) מצאו את גודל הזווית CHB .
ה. חשבו את שטח המשולש CBE .

חשבון דיפרנציאלי פונקציות פולינום

(כולל פונקציה מורכבת ומכפלת פונקציות)

9. (עבודת קיץ בני גורן)

- לפונקציה $f(x) = x^3 + bx^2 + 9x + c$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 1$.
- מצאו את b וקבעו את סוג נקודת הקיצון.
 - נתון: $f(3) = 2$. מצאו את c .
 - מצאו את שיעור ה- y של נקודת הקיצון שבסעיף א'.
 - מצאו את נקודת הקיצון השנייה של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.

10. (עבודת קיץ בני גורן)

- נתונה הפונקציה $f(x) = (x + 1)(3 - x)$.
- מצאו את שתי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוג הקיצון.
(הדרכה: ניתן לראות הדרכה בתשובה לתרגיל).
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$.
היעזרו בגרף של הפונקציה $f(x)$ וסרטטו את הגרף של הפונקציה $g(x)$.
 - היעזרו בנקודות שמצאתם בסעיפים א' ו-ב' ובגרף של הפונקציה $g(x)$ ומצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 - מצאו לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$:
(1) בנקודה אחת. (2) בשתי נקודות. (3) בשלוש נקודות. (4) בארבע נקודות. (5) באף נקודה.

11. (עבודת קיץ יואל גבע)

- המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^4}{2} - ax + 10$ בנקודה $x = 1$ מקביל לישר $y = -2x + 10$. מצאו את a .

12. (עבודת קיץ יואל גבע)

נתונה פונקציה $f(x) = (x^2 - 1)^2$.

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- הוכיחו שהפונקציה היא פונקציה זוגית.
- מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- הסבר מדוע הפונקציה היא אי שלילית לכל x .
- ח. (1) מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = f(x) - 6$.
(2) כמה נקודות אפס יש לפונקציה $g(x)$?

13. (עבודת קיץ יואל גבע)

נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - \frac{2x^3}{3}$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) < 0$ וגם $f'(x) > 0$?
- ז. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = -f(x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
הדרכה: הגרף של $-f(x)$ סימטרי לגרף של $f(x)$ לעומת ציר ה- x .
- ח. הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x) = f(-x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.
הדרכה: הגרף של $f(-x)$ סימטרי לגרף של $f(x)$ לעומת ציר ה- y .

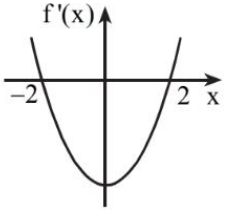
14. (עבודת קיץ יואל גבע)

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 8x^2 - 16x$.

- מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון.
 - תחומי עלייה וירידה. (3) נקודות חיתוך עם הצירים.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 - נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+3)$.
- (1) בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$, כדי לקבל את הגרף של $g(x)$?
- (2) מהן שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$?
- (3) שרטטו (ללא חישובים נוספים) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ד. (1) לאילו ערכים של k , יש למשוואה $f(x) = k$ שני פתרונות?
(2) לאילו ערכים של k , יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות?

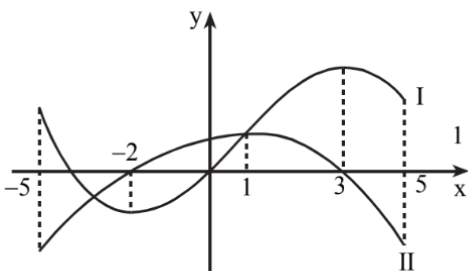
קשר בין גרף הנגזרת לגרף הפונקציה

15. (עבודת קיץ יואל גבע)



- בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
- א. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של $f'(x)$.
 - ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - ג. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.
 - ד. נתון גם: $f(0) = 0$.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

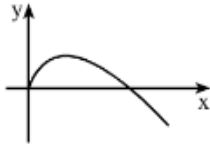
16. (עבודת קיץ יואל גבע)



- בציור שלפניך מתוארים, הגרפים I ו-II בתחום $-5 \leq x \leq 5$.
- אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$, והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- א. איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$?
 - ב. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (כולל נקודות קצות התחום), וקבעו את סוג הקיצון.

פונקציות עם שורשים

17. (עבודת קיץ יואל גבע)



- לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} - x$.
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - מצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
 - כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 - הסבירו מדוע בתחום $x \geq 0$ מתקיים אי השוויון $2\sqrt{x} - x \leq 1$.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -f(x)$.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$, המקיימת $h(x) = f(x+1)$.

18. (שאלון 804, בגרות 2011)

נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x} + 2$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את משוואת הישר המחבר את נקודות המינימום של הפונקציה.
- עבור אילו ערכים של k , למשוואה $f(x) = k$ יש שני פתרונות?

19. (שאלון 804 בגרות 2012)

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2\sqrt{x+5}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ג. האם יש ערכים של x שעבורם $f(x) > 0$? נמק.
- ד. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. כמה פתרונות יש למשוואה $-14 = -x^2\sqrt{x+5}$? נמק.

20. (שאלון 804 בגרות 2013)

נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{4x} - 6x$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (3) מצאו את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. איזה גרף מבין הגרפים I, II, III, IV, עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1 \leq x \leq 10$? נמקו.

